Translation of ***Notes From a small school : Shashidhar Jagadeeshan*** From Azim Premji University At Right Angles_Vol.2,No.1, March,2013

गणितीय प्रवृत्ति की ओर

एक छोटे-से विद्यालय के नोट्स

सीखने के सहायक स्थान

शशिधर जगदीशन

अगर गणितज्ञों या गणित-शिक्षकों की किसी एक बात पर सहमति है तो वह इस बात पर कि दुनिया भर में गणित-शिक्षण की स्थिति बहुत असन्तोषजनक है। कई स्कूलों का बुनियादी ढाँचा ख़राब है और अक्सर वहाँ शिक्षक भी नदारद रहते हैं। यहाँ तक कि अच्छे बुनियादी ढाँचे वाले स्कूलों में जहाँ शिक्षक उपस्थित हों वहाँ भी अक्सर पाठ्यचर्या उबाऊ और नीरस होती है और यही हाल पाठ्यपुस्तकों का भी होता है। कई शिक्षकों को अपने विषय की पर्याप्त समझ नहीं होती है और वे बड़ी या मिश्रित कक्षाओं और प्रशासनिक कार्यों के बोझ तले दबे होते हैं । इसमें कोई आश्चर्य नहीं कि उनमें कुछ रचनात्मक समाधान खोजने के प्रति रुचि और उत्साह दिखाई नहीं पड़ता। बहुत सारे विद्यार्थी गणित से डरते हैं। गणित सीखने से जुड़ा यह डर अक्सर वयस्कता में भी बना रहता है। और यही नहीं, कई विद्यार्थी तो सीखने के न्यूनतम मापदण्ड भी प्राप्त नहीं कर पाते हैं।

अधिक निराशाजनक बात यह है कि गणित-शिक्षण में सुधार के लिए किए जाने वाले अधिकांश प्रयासों के पीछे की प्रेरणा गणितीय रूप से सक्षम इन्सान बनाना है, जो 'ज्ञान समाज' (knowledge society) का हिस्सा बन जाएँगे। और इस ज्ञान समाज का उद्देश्य दूसरे जानकार समाजों के साथ आर्थिक रूप से प्रतिस्पर्धा करना होता है। इस दृष्टिकोण से कुछ हासिल नहीं हुआ है।

हालाँकि विश्व स्तर पर स्थिति दुखद है, पर स्थानीय स्तर पर यह पूर्णत: भिन्न हो सकती है। इस लेख में मैं सेंटर फॉर लर्निंग में ऐसा माहौल बनाने के हमारे अनुभव साझा करना चाहूँगा जिसमें बच्चे गणित सीखने में आनन्द प्राप्त करते हैं।

सेंटर फॉर लर्निंग (www.cfl.in) बेंगलुरु में एक छोटा-सा विद्यालय है जिसकी शुरुआत सच्ची शिक्षा के सभी स्वरूपों की प्रकृति में रुचि रखने वाले कुछ शिक्षाविदों द्वारा 1990 में की गई थी। पिछले 26 वर्षों से गणित-शिक्षक के रूप में अपने अनुभव (जिनमें से 17 वर्ष सेंटर फॉर लर्निंग - सीएफएल के हैं) के आधार पर, मैं कुछ हद तक विश्वास के साथ यह कह सकता हूँ कि सीखने का ऐसा माहौल बनाना सम्भव है जहाँ बच्चों में गणित के प्रति प्रेम विकसित हो और जहाँ उनमें पाठ्यपुस्तकों के सवालों से परे एक अवधारणात्मक समझ भी विकसित हो।

मुझे ग़लत न समझें- ऐसा नहीं है कि हम दर्जन के हिसाब से गणितज्ञ पैदा कर रहे हैं। मेरा कहना यह है कि मेरा दृढ़ विश्वास है कि यदि हम प्राथमिक शिक्षा में गणित को प्रमुख विषय बनाने जा रहे हैं तो हम चाहते हैं कि हम इसे इस तरह सिखाएँ कि विद्यार्थी गणित सीखने के अपने अनुभव को सार्थक और मनोरंजक पाएँ।

गणित सीखने के लिए अनुकूल माहौल क्या है?

सीएफएल में हम मानते हैं कि सार्थक शिक्षा के लिए यह महत्त्वपूर्ण है कि हम ऐसा माहौल बनाएँ जहाँ सीखना डर, प्रतिस्पर्धा, ईनाम और दण्ड से प्रेरित न हो।

दुर्भाग्य से 'भय' शब्द गणित सीखने के साथ अमिट रूप से जुड़ गया है और शब्द 'मैथ फोबिया' आम बोलचाल का हिस्सा बन गया है। 2000 में प्रकाशित सुज़ेन पिकर और जॉन बेरी का अध्ययन 'इंवेस्टिगेटिंग प्यूपिल्स इमेजेस ऑफ़ मैथमेटेशियन' इस समस्या की गम्भीरता को दर्शाता है। शोधकर्ताओं ने यूएस, यूके, फ़िनलैंड, स्वीडेन और रोमानिया के 12-13 वर्षीय विद्यार्थियों को 'कार्य में तल्लीन एक गणितज्ञ' का चित्र बनाने को कहा। चित्र ग्राफ़िक हैं। यह स्पष्ट पता चलता है कि बच्चों को इस बात का ज्ञान नहीं है कि गणितज्ञ अपनी जीविका के लिए क्या करते हैं, लेकिन गणित-शिक्षकों की उनकी रूढ़िवादी छवियाँ अत्यन्त निन्दनीय हैं। वे ख़ुद को असहाय महसूस करते हैं और गणित के शिक्षकों को दबंग और भयावह पाते हैं और सीखने की प्रक्रिया को अत्यधिक ज़बरदस्ती के रूप में महसूस करते हैं।

स्रोत 1 : डॉ सुज़ेन पिकर और डॉ जॉन बेरी की अनुमति से पुनर्उत्पादित

मुझे विश्वास है कि हमें अपनी परिस्थितियों में ऐसी अनगिनत कहानियाँ मिल सकती हैं जहाँ बच्चों के लिए गणित सीखना दर्दनाक अनुभव होता है।

यह देखते हुए कि डर और सीखना एक साथ नहीं हो सकते और होना भी नहीं चाहिए, हमें लगता है कि सीखने का माहौल ऐसा होना चाहिए जहाँ शिक्षक और विद्यार्थी के बीच का रिश्ता आपसी विश्वास और स्नेह पर आधारित हो। यह महत्त्वपूर्ण है कि बच्चे का आत्म मूल्य बौद्धिक क्षमता से जुड़ा न हो। यह स्थितियाँ अत्यन्त आवश्यक हैं, क्योंकि जब विपरीत प्रेरणा होती है– जब भय और प्रतिस्पर्धा प्रेरणा के मुख्य कारण होते हैं –तब वह बच्चों को बहुत नुकसान पहुँचाती है और एक लापरवाह और निष्क्रिय समाज का निर्माण करती है।



स्रोत 2: डॉ सुज़ेन पिकर और डॉ जॉन बेरी की अनुमति से पुनर्उत्पादित

एक ऐसा माहौल बनाना जहाँ डर एक प्रेरक कारक नहीं है, बच्चे में डर को अपने आप समाप्त नहीं करता है। इसे नज़रअन्दाज़ करने की बजाय हम इसका डटकर मुक़ाबला करते हैं। विद्यार्थियों को प्रोत्साहित किया जाता है कि वे अपने डर के बारे में जानें, उन्हें व्यक्त करें और देखें कि यह डर उनके सीखने को किस प्रकार प्रभावित कर सकते हैं। इस असुरक्षा की जड़ों की तलाश में आप यह देख सकते हैं कि यह इसलिए उत्पन्न होता है क्योंकि विद्यार्थी ने अपने आत्म मूल्य को गणित करने की अपनी क्षमता से जोड़ा है। अक्सर ऐसा इसलिए होता है क्योंकि विद्यार्थी को अपनी समझ पर भरोसा नहीं होता है। शिक्षक समझाने में अधिक ऊर्जा और कल्पना लगाकर इसे ठीक कर सकते हैं और विद्यार्थी स्वयं भी इस पर कार्य कर सकते हैं।

गणित करने से हम अपने बारे में पूरी तरह सचेत हो सकते हैं। यह हमें लगातार बताता रहता है कि हम कितने 'बुद्धिमान' हैं। यह बातें उस समाज में और अधिक बढ़ जाती हैं जहाँ जल्दी-से गणना करने को बुद्धिमता से जोड़कर देखा जाता है। इसलिए हमें न केवल डर के बारे में, बल्कि एक शिक्षार्थी के रूप में स्वयं की छवियों के बारे में भी संवाद करने की आवश्यकता है। सहायक माहौल में, एक विद्यार्थी उन प्रतिक्रियाओं और भावनाओं को पहचान सकता है जो उसके सीखने को अवरुद्ध करती हैं, यद्यपि उसी दौरान वह अपनी कमज़ोरियों और ताक़त को स्वीकारना भी सीखता है। इस प्रकार ज़ोर शीघ्रता-से ठीक-ठीक काम करने और आत्म मूल्य से सीखने और आत्म समझ में तब्दील हो जाता है। यह बच्चों को मेटा-कोग्निटिव और स्व-

नियामक कौशलों को प्राप्त करने का अवसर देता है जो किसी शैक्षिक कार्यक्रम के दो महत्त्वपूर्ण तत्व हैं। बाद में इस लेख में मैं इन पर दुबारा चर्चा करूँगा।

सीखने के लिए उचित माहौल बनाना ज़रूरी है, पर गणित सीखने से जुड़ी चुनौतियों का सामना करने के लिए सिर्फ़ यही काफ़ी नहीं है। हमें यह समझना होगा कि गणित के बारे में शिक्षकों और विद्यार्थियों की अन्तर्निहित मान्यताएँ और दृष्टिकोण क्या हैं और गणितीय रूप से सक्षम होने का क्या अभिप्राय है। आइए शुरुआत में कुछ मान्यताओं पर विचार करते हैं।

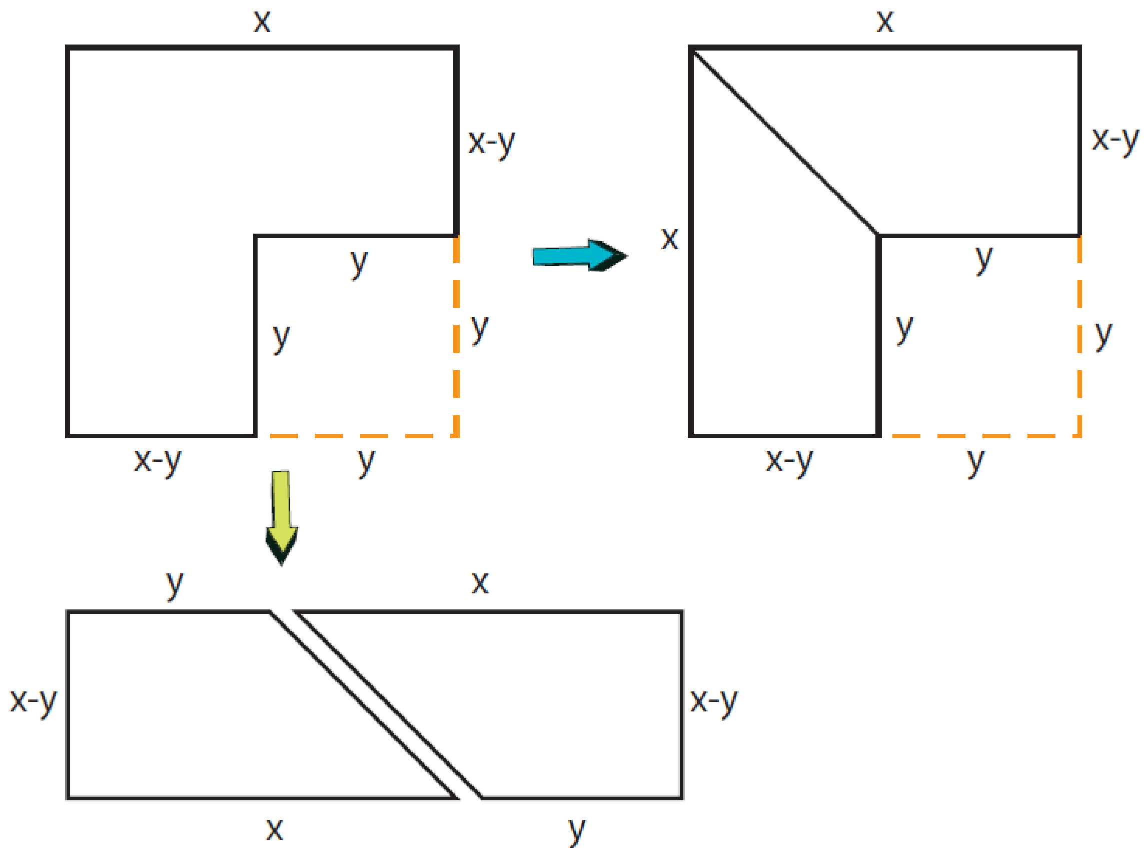
ज्ञानमीमांसा सम्बन्धी मान्यताएँ

1980 से ही (सन्दर्भ [2] देखें) कई शोधकर्ताओं ने गणित में मान्यताओं और क्षमता के बीच सम्बन्ध का अध्ययन किया है, इतना कि सकारात्मक मान्यताओं को गणितीय क्षमता के लिए एक मानदण्ड के रूप में सूचीबद्ध किया गया है। इस विषय की प्रकृति और वे इसे क्यों पढ़ा रहे हैं इस बारे में संक्षेप में अपने ख़ुद के विचारों को रखना शिक्षकों के लिए एक दिलचस्प प्रयोग होगा। मैं यहाँ गणित की प्रकृति और शिक्षण के बारे में सीएफएल में व्यापक विचारों को साझा कर रहा हूँ।

गणित गूढ़ और सुन्दर है और बच्चों को यह समझना चाहिए। साथ ही उन्हें अवधारणाओं को समझने की ख़ुशी और सम्बन्ध बनाने के आनन्द का अनुभव करना चाहिए। गणित को कई रूपों में देखा जा सकता है : कला के रूप में, प्रकृति की भाषा के रूप में, हमारे पर्यावरण का मॉडल बनाने के लिए एक उपकरण के रूप में, वाणिज्य की दुनिया में बहीखाता पद्धति के लिए एक उपकरण के रूप में। बच्चों को इन विभिन्न पहलुओं से अवगत कराया जाना चाहिए और कोई भी एक दृष्टिकोण हावी नहीं होना चाहिए। हालाँकि समस्या-समाधान (problem solving) एक महत्त्वपूर्ण हिस्सा है, लेकिन इसके अलावा भी गणित में बहुत कुछ है। बच्चों को समस्या-समाधान के साथ-साथ सिद्धान्त-निर्माण से भी अवगत कराया जाना चाहिए। गणित केवल ज्ञान का भण्डार नहीं है, बल्कि एक जीवन्त गतिविधि है जिसमें पैटर्न को पहचानना, अनुमान लगाना और अनुमानों को प्रमाणित करना भी शामिल है। बच्चों को विचारों और पैटर्नों के साथ खेलना और गणितीय संकेतन का उपयोग करके अपने द्वारा पहचाने गए पैटर्नों को दर्शाना सीखना चाहिए।

इसे मैं एक उदाहरण से समझाता हूँ। सर्वसमिका $x^2 - y^2 = (x - y)\ (x + y)$ को पढ़ाते वक्त हम निम्नलिखित आसान-सी जाँच कर सकते हैं। सबसे पहले विद्यार्थियों को $x^2 - y^2$ का अन्तर ज्ञात करने को कहें, जब $x - y = 1$ हो। इस स्थिति में विद्यार्थी जल्दी ही यह देख पाएँगे कि $x^2 - y^2 = (x + y)$। उनसे x और y पर लगी शर्तों के बारे में पूछना न भूलें। फिर उनसे $x^2 - y^2$ का अन्तर ज्ञात करने को कहें, जब $x - y = 2$ हो। विद्यार्थी जल्दी ही यह देखेंगे कि इस मामले में $x^2 - y^2$, $2(x + y)$ के बराबर है। उनसे फिर से x और y पर लगी शर्तों के बारे में पूछें। $x - y$ के मान को बदल-बदलकर वर्गों के बीच अन्तर को ज्ञात करना जारी रखें। इस प्रकार वह देखेंगे कि $x^2 - y^2 = (x - y)\ (x + y)$। नीचे दिए गए ज्यामितीय 'प्रमाण' (विद्यार्थियों को स्वयं का ज्यामितीय

'प्रमाण' बनाने के लिए कहा जा सकता है) से इस अवधारणा को और पुख़्ता किया जा सकता है ।



गणित के बारे में कई भ्रान्तियाँ हैं जिन्हें बार-बार दूर करने की ज़रूरत है, जैसे कि शिक्षक को सब कुछ आता है, गणित में सिर्फ़ 'गणना' करना होता है, एक प्रश्न को केवल एक ही तरीक़े से हल किया जा सकता है, अगर मैं गणित में अच्छा नहीं हूँ तो मैं ज़रूर मूर्ख हूँ, गणित में प्रयोग और अन्वेषण के लिए जगह नहीं है।

गणितीय प्रवृत्ति

एक बार जब हमें सक्षम वातावरण और ज्ञानमीमांसा सम्बन्धी मान्यता के बारे में स्पष्टता हो जाती है, तब हमें इस बात की स्पष्टता होनी चाहिए कि अपने विद्यार्थियों के गणितीय रूप से सक्षम होने से हमारा क्या तात्पर्य है यह देखना बेहतर होगा कि इस सन्दर्भ में गणित-शिक्षण से सम्बन्धित शोध का क्या कहना है। संक्षेप में बताने के लिए मैंने सन्दर्भ [2] से एक अंश सम्पादित करने की छूट ली है।

*वर्तमान में गणित-शिक्षण के क्षेत्र में विद्वानों के बीच आम सहमति है कि गणित में सक्षम होने को **गणितीय प्रवृत्ति** अर्जित करने के रूप में माना जा सकता है। इस तरह की प्रवृत्ति को विकसित करने और उसमें महारत हासिल करने के लिए पाँच क्षमताओं को अर्जित करने की आवश्यकता होती है :*

1. *एक सुव्यवस्थित ज्ञानाधार जिसमें गणित के तथ्य, प्रतीक, एल्गोरिद्म, अवधारणाएँ और नियम शामिल हों।*
2. *अन्वेषण विधियाँ (Heuristic methods) यानी कि समस्या-समाधान के लिए खोज रणनीतियाँ, जो सही समाधान खोजने की सम्भावना को बढ़ाती हैं। उदाहरण के लिए किसी प्रश्न या समस्या को उप-लक्ष्यों में विभाजित करना।*
3. *मेटा ज्ञान, एक ओर किसी के संज्ञानात्मक कार्य के बारे में और दूसरी ओर किसी की प्रेरणा और भावनाओं के बारे में (उदाहरण के लिए, किसी जटिल गणितीय कार्य या समस्या का सामना करने पर विफलता के डर से अवगत होना।)*
4. *गणित-शिक्षण के बारे में, गणित के एक विद्यार्थी के रूप में स्वयं के बारे में और गणित-कक्षा के सामाजिक सन्दर्भ के बारे में गणित सम्बन्धी सकारात्मक मान्यताएँ।*
5. *स्व-नियामक कौशल, यानी एक ओर किसी की संज्ञानात्मक प्रक्रियाओं (किसी की समस्या-समाधान प्रक्रियाओं की योजना बनाना और निगरानी करना) और दूसरी ओर किसी की स्वैच्छिक प्रक्रियाओं/गतिविधियों को विनियमित करने के कौशल (दी गई किसी समस्या को हल करने के लिए अपना ध्यान और प्रेरणा बनाए रखना)।*

श्रेणी 1 और 2 का सम्बन्ध पाठ्यचर्या सामग्री और इसके शिक्षण से है, बाक़ी का सम्बन्ध दृष्टिकोण और सीखने की संस्कृति से अधिक है। अनुभव हमें बताता है कि कुछ विद्यार्थी अपने सीखने के माहौल *के बावजूद* इस गणितीय प्रवृत्ति को बहुत हद तक हासिल कर सकेंगे। हालाँकि हमारा लक्ष्य, जैसा कि मैंने प्रस्तावना में उल्लेख किया था, *सभी* बच्चों को गणितीय क्षमता अर्जित करने की प्रक्रिया का आनन्द लेने में मदद करना है और कौशल के अधिग्रहण से कहीं अधिक इससे सम्बन्धित शिक्षा प्रदान करना है। ऐसा होने के लिए हम यह आवश्यक तौर पर महत्त्वपूर्ण मानते हैं कि हम सीखने के उचित माहौल का निर्माण करें, अपनी विश्वास-प्रणाली को समझें, एक सुसंगत पाठ्यचर्या रखें, उचित शिक्षण-सामग्री चुनें और गणितीय क्षमता अर्जित करने में शामिल प्रक्रिया पर ध्यान दें।

गणितीय प्रवृत्ति अर्जित करना

आप में से कुछ लोग कह सकते हैं, "यह सब सिद्धान्त की बातें तो ठीक हैं, पर कक्षा में क्या होता है?" हमारे कक्षा-अभ्यास में, यह प्रदर्शित करने का हर सम्भव प्रयास किया जाता है कि गणित एक मानवीय प्रयास है। ऐसा गणित के इतिहास और गणितज्ञों की कहानियों के बारे में बताकर यह पता लगाने की कोशिश करके किया जाता है कि पढ़ाए जा रहे गणित की आवश्यकता मनुष्यों को क्यों पड़ी या उसका विकास क्यों करना पड़ा। कक्षा का माहौल हल्का-फुल्का रखा जाता है, फिर भी अनौपचारिकता के लिए कठोरता का त्याग नहीं किया जाता है। विद्यार्थियों का सामूहिक ध्यान सीखी जा रही बातों पर नियमित रूप से केन्द्रित होना चाहिए। शिक्षक पाठ के आगे बढ़ने के साथ-साथ प्रत्येक बच्चे पर नज़र रखते हैं। जब भी सम्भव हो, शिक्षक गणित के अलग प्रतीत होने वाले विभिन्न भागों को जोड़ने का प्रयास करते हैं ताकि बच्चे का सीखना खण्डों में बँटा हुआ न हो। शिक्षक कक्षा का अधिकांश समय अवधारणाओं को

समझाने में व्यतीत करते हैं। और बच्चों से अक्सर कहा जाता है कि उन्होंने जो कुछ भी सीखा उसे जहाँ तक सम्भव हो सटीक भाषा में स्पष्ट रूप से व्यक्त करें।

> *"...सफल गणितीय समझ प्राप्त करने के लिए हमें बच्चों को यह बताना चाहिए कि गणितीय समस्याओं का हल कैसे किया जाए। हमें उस स्थिति पर पहुँचना चाहिए जहाँ बच्चे न केवल सफलतापूर्वक गणितीय समाधान पेश करें, बल्कि यह भी समझें कि यह प्रक्रियाएँ क्यों काम करती हैं और यह प्रक्रियाएँ कब लागू होती हैं और कब लागू नहीं होती हैं। बच्चों को उनकी गणित की कक्षाओं में पर्याप्त स्पष्टीकरण प्रदान करने और इसमें उनके योगदान की अपेक्षा द्वारा इस स्थिति तक पहुँचा जा सकता है।"* - मिशेल पेरी [3]

विद्यार्थी यदि शिक्षक से ज़्यादा नहीं बोलते तो उनके बराबर तो बोलते ही हैं। वे एक-दूसरे को सहज रूप से समझाते हैं कि उन्होंने क्या सीखा है और एक-दूसरे के प्रश्नों का उत्तर देते हैं। कुछ टिप्पणियाँ चर्चा के लिए अप्रासंगिक या अलग भी लग सकती हैं, लेकिन यदि फॉलोअप किया जाए तो इन टिप्पणियों से अप्रत्याशित सम्बन्ध और समझने के तरीक़े पैदा होते हैं। जिस विद्यार्थी को गणित सबसे आसान लगता है, वह गणित की कक्षा में मुख्य विद्यार्थी नहीं होता है। ध्यान, प्रशंसा और स्नेह के मामले में हर कोई कक्षा में समान रूप से महत्त्वपूर्ण महसूस करता है। विद्यार्थी अक्सर समूहों में काम करते हैं और मिल-जुलकर सीखते हैं, जिससे गणित एक सामाजिक गतिविधि बन जाता है। वे समस्याओं को हल करने के लिए एक साथ सोचते हैं और प्रतिस्पर्धा की भावना के बिना समाधान ढूँढ़ने में एक-दूसरे की मदद करते हैं। लिखित कार्य के साथ विद्यार्थी प्रोजेक्ट करते हैं, 'कहानियाँ सोचने' में संलग्न होते हैं और गणितीय खेल खेलते हैं। विद्यार्थियों और विशेषज्ञों द्वारा गणित में पूरे विद्यालय की प्रस्तुतियों के साथ गणित विद्यालय की समग्र चेतना का भी हिस्सा होता है।

पाठ्यक्रम पूरा करने के दबाव के बोझ तले दबे किसी शिक्षक को आश्चर्य हो सकता है कि यह कैसे किया जा सकता है। मुझे लगता है कि यहाँ मुख्य बात यह है कि जब ज़ोर सामग्री को समझने और अपनी समझ को स्पष्ट रूप से व्यक्त करने में बच्चों की मदद करने पर होता है, तो हालाँकि शुरुआत में प्रक्रिया में समय लग सकता है लेकिन एक बार ऐसी संस्कृति स्थापित हो जाने के बाद शिक्षक पाते हैं कि बच्चे कई अवधारणाओं पर काफ़ी आसानी-से महारत हासिल कर लेते हैं। और इसीलिए जिसे 'खोया' समय कहा जाता है उसकी भरपाई आसानी-से की जा सकती है। वास्तव में अपने सीखने के बारे में आश्वस्त होने के बाद विद्यार्थियों द्वारा कुछ विषयों (ज़्यादातर सूत्र पर आधारित या एल्गोरिद्म वाले) में स्वयं ही महारत हासिल की जा सकती है।

गणित की कक्षा में विद्यार्थी जो कुछ भी करते हैं उसका औपचारिक रूप से मूल्यांकन नहीं किया जाता है। अगले भाग में मैं सीएफएल में मूल्यांकन पर अधिक विस्तार से चर्चा करता हूँ।

सीएफएल में मूल्यांकन

सीएफएल में हमारे पास 6 से 18 वर्ष की उम्र के बच्चे हैं। छोटी उम्र के विद्यार्थियों के लिए शिक्षक और विद्यार्थी का अनुपात 1:8 है और सीनियर स्कूल में 1:4 है। विद्यालय में पढ़ाई के दौरान उनकी कोई परीक्षा, अनौपचारिक परीक्षा, सरप्राइज़ टैस्ट या तिमाही, छमाही और वार्षिक परीक्षाएँ नहीं ली जाती हैं। केवल दसवीं और बारहवीं कक्षा के अन्त में परीक्षा ली जाती है जब वे कैम्ब्रिज इंटरनेशनल एग्ज़ामिनेशन द्वारा आयोजित आईजीसीएसई (IGCSE) और A- स्तर की परीक्षा के लिए उपस्थित होते हैं।

तो फिर, सीएफएल में मूल्यांकन किस प्रकार होता है?

सबसे पहले तो हम सीखने में काफ़ी सारा समय बचाते हैं क्योंकि हम परीक्षा की तैयारी, इससे जुड़े प्रशासनिक कार्यों और प्रश्नपत्रों को सुधारने में समय व्यतीत नहीं करते हैं। एक छोटी कक्षा में शिक्षक प्रत्येक विद्यार्थी की समझ के स्तर के साथ-साथ सीखने के अन्य मापदण्डों से अवगत रहते हैं। विद्यार्थी ने किस क्षेत्र में महारत हासिल की है, उसे किस पर काम करने की ज़रूरत है? उसकी अध्ययन की आदतें क्या हैं, क्या चीज़ें हैं जो उसके अध्ययन में बाधा डालती हैं? शिक्षकों ने यह भी सीखा है कि अवधारणाओं को विभिन्न घटकों में कैसे विभाजित किया जाए और विद्यार्थियों को उनमें आने वाली कठिनाइयों का कैसे पता लगाया जाए। जैसा कि पहले उल्लेख किया गया है, शिक्षण में बहुत सारी चर्चा शामिल होती है, इसलिए विद्यार्थियों को एक-दूसरे से भी प्रतिक्रिया प्राप्त होती है। चर्चाएँ बहुत मूल्यवान होती हैं, क्योंकि एक शिक्षक की सबसे बड़ी चुनौती एक विद्यार्थी की दुनिया में प्रवेश करना और उसे समझना है।

हम असाइन्मेंट के रूप में लिखित कार्य देते हैं। इन्हें सही तो किया जाता है, पर अंक नहीं दिए जाते हैं। इसलिए विद्यार्थियों का ध्यान इस बात पर अधिक होता है कि उन्होंने क्या सीखा और क्या नहीं सीखा। अगर उनके साथी बेहतर कर रहे हैं तो उन्हें कोई फ़र्क़ नहीं पड़ता, उनके लिए ऐसा निर्णय करना कठिन है। सही करने और विस्तृत प्रतिक्रिया देने में शिक्षक और विद्यार्थी दोनों एक निश्चित अवधि या एक वर्ष की प्रतीक्षा करने की बजाए शिक्षण के दौरान वास्तविक समय में सुधारात्मक कारवाई कर सकते हैं। ग़लतियाँ (तथाकथित) बहुत महत्त्वपूर्ण होती हैं क्योंकि वे यह समझने में मदद करती हैं कि विद्यार्थी कैसे सोच रहे हैं, ग़लत धारणाएँ क्या हैं, बुनियादी कौशल में क्या कमियाँ हैं इत्यादि।

एक क्षेत्र जिस पर हम कार्य कर रहे हैं, वह है अभिभावकों, विद्यार्थियों और शिक्षकों के समक्ष अपनी टिप्पणियों को प्रस्तुत करने के लिए टिप्पणियों को रिकॉर्ड करने का एक बेहतर मात्रात्मक तरीक़ा जुटाना। वर्तमान में इन्हें विस्तृत वर्णनात्मक रिपोर्ट और अभिभावकों के साथ आमने-

सामने की बातचीत में प्रस्तुत किया जाता है। हमने पाया कि हम इसमें सुधार कर सकते हैं। इस सम्बन्ध में जल्दबाज़ी की कमी का एक कारण यह है कि हम यह प्रदर्शित करने में सक्षम हैं कि विद्यार्थी तुलनात्मक और योगात्मक (summative) मूल्यांकन के बिना भी सीख सकते हैं और सीखते हैं और वास्तव में विद्यालय की अन्तिम परीक्षाओं में वह काफ़ी अच्छा करते हैं (उदाहरण के लिए IGCSE में अब तक 83% विद्यार्थियों ने B या इससे उच्च ग्रेड और A-स्तर पर 45% विद्यार्थियों ने B या इससे उच्च ग्रेड प्राप्त किया है।

हमारी चुनौतियाँ

सभी शैक्षणिक परिवेशों की तरह हम भी चुनौतियों का सामना करते हैं। वास्तव में, जब बाहरी प्रेरक जैसे भय, प्रतिस्पर्धा, इनाम और दण्ड को हटा दिया जाता है तो शिक्षक शिक्षा के वास्तविक मुद्दों का सामना करते हैं। अपने सीखने के माहौल में हम जिन विचारों को महत्त्व देते हैं उनके बावजूद हम अभी भी सीखने में बाधा का सामना करते हैं। यह समस्या एक मानवीय दुर्दशा है (हम सभी इसका सामना करते हैं) और हमारा प्रश्न यह है कि सामान्य तरीक़ों का सहारा लिए बिना इसका समाधान कैसे किया जाए।

एक प्रश्न हम अक्सर पूछते हैं : क्या हम गणित में 'प्रतिभाशाली' विद्यार्थी को पर्याप्त रूप से चुनौती दे रहे हैं? यह विद्यार्थी हमारे बुनियादी गणित-कार्यक्रम का आनन्द लेते हैं और उच्च विद्यालय और उसके बाद भी गणित के लिए अपने स्नेह और तेज़ दिमाग़ को बनाए रखते हैं।

वे विशेष रूप से उन प्रोजेक्ट का आनन्द लेते हैं जिनमें उन्हें अपनी क्षमताओं का इस्तेमाल करना होता है, क्योंकि उनमें कठिन चुनौतियों का सामना करने की गुंजाइश होती है। लेकिन इसमें कोई शक नहीं कि ऐसे विद्यार्थी कुछ और कर सकते थे या बहुत आगे बढ़ सकते थे।

अन्त में, सबसे बड़ी चुनौती यह है कि शिक्षार्थी कोई ख़ाली डिस्क नहीं है जिस पर सभी ज्ञान को उड़ेला जा सकता हो। शिक्षार्थी अपने स्वयं के सीखने को प्रभावित करता है। अनुकूल वातावरण और सर्वोत्तम प्रयासों के बावजूद शिक्षार्थी की जटिलताएँ (सोच सम्बन्धी प्रेरक, भावनात्मक) उसके सीखने को सीमित कर सकती हैं।

References

1. 'Investigating Pupils' Images of Mathematicians' by Susan Picker and John Berry, Educational Studies in Mathematics 43, 65-94, 2000, Kluwer Academic Publishers
2. Unravelling the Relationship Between Students' Mathematics-Related Beliefs and the Classroom Culture. Erik De Corte, Lieven Verschaffel, and Fien Depaepe Center for Instructional Psychology and Technology (CIP&T), University of Leuven, Belgium
3. Explanations of Mathematical Concepts in Japanese, Chinese, and U.S. First and Fifth-Grade Classrooms. Michele Perry, COGNITION AND INSTRUCTION. J8 (2). 181-207 Copyright © 2000. Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

4. Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States, Liping Ma, 1999,Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

शशिधर जगदीशन ने सिराक्यूज़ विश्वविद्यालय से 1994 में पीएचडी की उपाधि प्राप्त की। वह पिछले 25 वर्षों से गणित पढ़ा रहे हैं। उनका दृढ़ विश्वास है कि गणित एक बहुत ही मानवीय प्रयास है। उनकी रुचि विद्यार्थियों को गणित की सुन्दरता से अवगत कराने में है और यह प्रदर्शित करने में भी है कि सीखने का ऐसा माहौल बनाना सम्भव है जहाँ बच्चे गणित सीखने का आनन्द उठा सकें। वह शिक्षकों के लिए एक स्रोत पुस्तक *मैथ अलाइव* के लेखक हैं। उन्होंने शैक्षिक पत्रिकाओं में अपनी रुचियों और अन्तर्दृष्टि को साझा करते हुए कई लेख लिखे हैं। उनसे jshashidhar@gmail.com पर सम्पर्क किया जा सकता है।

अनुवाद : कुमार गन्धर्व मिश्र **पुनरीक्षण एवं कॉपी-एडीटिंग** : कविता तिवारी
सम्पादन : राजेश उत्साही